Über die Möglichkeit der Gebirgsbildung durch den hydrostatischen Druck in der Erdkruste

Von

A. Prey
ordentl. Mitglied d. Akad. d. Wiss.

(Mit 3 Textfiguren)

Aus den Sitzungsberichten der Akademie der Wissenschaften in Wien
Mathem.-naturw. Klasse, Abteilung IIa, 151. Bd., 9. und 10. Heft, 1942

Wien 1942

Hölder-Pichler-Tempsky, Wien und Leipzig
Kommissionsverleger der Akademie der Wissenschaften in Wien

Staatsdruckerei Wien.

Über die Möglichkeit der Gebirgsbildung durch den hydrostatischen Druck in der Erdkruste

Von

A. Prey

ordentl. Mitglied d. Akad. d. Wiss.

(Mit 3 Textfiguren)

(Vorgelegt in der Sitzung am 17. Dezember 1942)

Man zweifelt schon lange nicht mehr, daß die Gebirgsbildung auf einen seitlichen Schub zurückgeführt werden muß, doch herrscht über den Ursprung desselben noch ein großes Dunkel. Im folgenden soll nun gezeigt werden, daß der hydrostatische Druck, dem die nach Airy im Sima schwimmenden Kontinentalschollen ausgesetzt sind, für eine Gebirgsbildung vollkommen ausreicht. Wir betrachten zu diesem Zwecke die Schollen als elastische oder plastische Platten und suchen die durch den hydrostatischen Druck und das eigene Gewicht hervorgebrachten Deformationen.

Den Einfluß eines seitlichen Druckes auf solche Schollen hat schon Vening-Meinesz[1] betrachtet, doch paßt der von ihm untersuchte Fall nicht gut auf unser Problem, und zwar vorzüglich aus zwei Gründen: Erstens wird die Dicke der Platte klein angenommen, während man sie im allgemeinen auf mindestens 30 *km* schätzt. Zweitens wird der Druck längs der Seitenflächen konstant angenommen, während er linear mit der Tiefe wächst. Der letztere Umstand ist deshalb wichtig, weil erst dadurch die großen Scherungskräfte entstehen.

I. Wir betrachten nun hier eine parallelepipedische Scholle von der Dichte des Sial, die eine Dicke besitzt, wie sie heute meist bei der Airy'schen Theorie angenommen wird, und auf dem Sima schwimmt. Der obere Teil der Scholle ragt heraus in einer Höhe, die der Tiefe des Meeres entspricht. Der Druck der Wassermassen kommt also noch hinzu. Die Scholle wird zunächst als vollkommen elastisch betrachtet, die Krümmung der Erde wird vernachlässigt.

---

[1] F. A. Vening-Meinesz, Gravity expeditions at sea 1923—1932, vol. II, Delft 1934.

Es seien nun in Fig. 1 $AB = 2\,m$ und $CD = 2\,n$ die Oberflächendimensionen der Scholle. Die Tiefe des Meeres BE bezeichnen wir mit t_1 und die Dicke der Scholle BF mit t_2. Endlich seien ρ_0, ρ_1 und ρ_2 der Reihe nach die Dichte des Wassers, des Sial und des Sima. Dann verlangt das archimedische Prinzip die Beziehung:

$$\rho_1 t_2 = \rho_0 t_1 + \rho_2 (t_2 - t_1). \tag{1}$$

Wir legen den Anfangspunkt eines rechtwinkeligen Koordinatensystems in die Mitte der oberen Begrenzung, nehmen die x- und y-Achse parallel den Kanten, die z-Achse vertikal nach aufwärts.

Wählen wir nun die Vorzeichen so, daß ein Druck, der in der Richtung der abnehmenden Koordinaten wirkt, negativ erscheint, so haben wir, da z immer negativ ist,

$$\begin{aligned} &\text{von } z = o \text{ bis } z = -t_1 \\ \text{für } x = +m \text{ oder } y = +n &: p = g\rho_0 z \\ \text{für } x = -m \text{ oder } y = -n &: p = -g\rho_0 z \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} &\text{von } z = -t_1 \text{ bis } z = -t_2 \\ \text{für } x = +m \text{ oder } y = +n &: p = -g\rho_0 t_1 + g\rho_2 (z + t_1) \\ \text{für } x = -m \text{ oder } y = -n &: p = +g\rho_0 t_1 - g\rho_2 (z + t_1). \end{aligned} \tag{3}$$

Der Bodendruck (für $z = -t_2$) wirkt nach aufwärts und ist also positiv zu nehmen:

$$\begin{aligned} p &= g\rho_0 t_1 + g\rho_2 (t_2 - t_1) \\ \text{oder nach (1)} \quad p &= g\rho_1 t_2. \end{aligned} \tag{4}$$

Sind nun X, Y und Z die Massenkräfte pro Volumseinheit, für welche nur die Schwere in Betracht kommt, ferner ξ, η und ζ die elastischen Verschiebungen in den drei Koordinatenrichtungen, λ und μ die beiden Elastizitätskonstanten, endlich

$$\delta = \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z}, \tag{5}$$

so lauten die zu integrierenden Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned} (\lambda + \mu) \frac{d\delta}{\delta x} + \mu \Delta^2 \xi + \rho_1 X &= 0 \\ (\lambda + \mu) \frac{\partial \delta}{\partial y} + \mu \Delta^2 \eta + \rho_1 Y &= 0 \\ (\lambda + \mu) \frac{\partial \delta}{\partial z} + \mu \Delta^2 \zeta + \rho_1 Z &= 0 \end{aligned} \tag{6}$$

Wir differenzieren die Gleichungen (6) der Reihe nach x, y, z und addieren. Es wird:

$$(\lambda+\mu)\,\Delta^2\delta+\mu\,\Delta^2\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}+\frac{\partial\eta}{\partial y}+\frac{\partial\zeta}{\partial z}\right)+\rho_1\left(\frac{\partial X}{\partial x}+\frac{\partial Y}{\partial y}+\frac{\partial Z}{\partial z}\right)=0.$$

Ist W das Potential der Massenkräfte, so ist:

$$X=\frac{\partial W}{\partial x}\quad Y=\frac{\partial W}{\partial y}\quad Z=\frac{\partial W}{\partial z}$$

und somit, wegen (5)

$$(\lambda+2\mu)\,\Delta^2\delta+\rho_1\,\Delta^2 W=0. \tag{7}$$

Zu dieser Gleichung können wir noch ein Glied $\Delta^2 f$ hinzufügen, wenn wir voraussetzen, daß f eine Funktion ist, die der Gleichung:

$$\Delta^2 f=0$$

genügt. Es ist also dann

$$\delta=-\frac{\rho_1}{\lambda+2\mu}\,.\,W+\frac{f}{\lambda+2\mu}. \tag{8}$$

Setzen wird dies in (6) ein, so wird

$$\mu\,\Delta^2\xi=-(\lambda+\mu)\left[-\frac{\rho_1}{\lambda+2\mu}\cdot\frac{\partial W}{\partial x}+\frac{1}{\lambda+2\mu}\cdot\frac{\partial f}{\partial x}\right]-\rho_1\frac{\partial W}{\partial x}$$

$$=-\frac{\mu\,\rho_1}{\lambda+2\mu}\cdot\frac{\partial W}{\partial x}-\frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}\cdot\frac{\partial f}{\partial x},$$

somit

$$\begin{aligned}
\Delta^2\xi&=-\frac{\rho_1}{\lambda+2\mu}\cdot\frac{\partial W}{\partial x}-\frac{\lambda+\mu}{\mu(\lambda+2\mu)}\cdot\frac{\partial f}{\partial x}\\
\Delta^2\eta&=-\frac{\rho_1}{\lambda+2\mu}\cdot\frac{\partial W}{\partial y}-\frac{\lambda+\mu}{\mu(\lambda+2\mu)}\cdot\frac{\partial f}{\partial y}\\
\Delta^2\zeta&=-\frac{\rho_1}{\lambda+2\mu}\cdot\frac{\partial W}{\partial z}-\frac{\lambda+\mu}{\mu(\lambda+2\mu)}\cdot\frac{\partial f}{\partial x}.
\end{aligned} \tag{9}$$

Nun ist

$$\Delta(xf)=2\frac{\partial f}{\partial x}\qquad\Delta^2(yf)=2\frac{\partial f}{\partial y}\qquad\Delta^2(zf)=2\frac{\partial f}{\partial z}$$

und das gleiche gilt für W. Wir erhalten daher die Lösung:

$$\begin{aligned}
\xi &= -\frac{\rho_1}{2(\lambda+2\mu)}\, xW - \frac{\lambda+\mu}{2\mu(\lambda+2\mu)}\,.\, xf+u \\
\eta &= -\frac{\rho_1}{2(\lambda+2\mu)}\, yW - \frac{\lambda+\mu}{2\mu(\lambda+2\mu)}\,.\, yf+v \\
\zeta &= -\frac{\rho_1}{2(\lambda+2\mu)}\, zW - \frac{\lambda+\mu}{2\mu(\lambda+2\mu)}\,.\, zf+w,
\end{aligned} \tag{10}$$

wo u, v und w beliebige Funktionen sind, die den Gleichungen

$$\Delta^2 u = 0 \quad \Delta^2 v = 0 \quad \Delta^2 w = 0 \tag{11}$$

genügen. Wenn wir in u, v und w noch quadratische Glieder ansetzen, so können wir uns in f mit den linearen begnügen, da f noch mit x, y und z multipliziert ist. Wir setzen daher:

$$\begin{aligned}
u &= \alpha_0+\alpha_1 x+\alpha_2 y+\alpha_3 z+\alpha_4 x^2+\alpha_5 y^2+\alpha_6 z^2+\alpha_7 xy+\alpha_8 yz+\alpha_9 zx \\
v &= \beta_0+\beta_1 x+\beta_2 y+\beta_3 z+\beta_4 x^2+\beta_5 y^2+\beta_6 z^2+\beta_7 xy+\beta_8 yz+\beta_9 zx \\
w &= \gamma_0+\gamma_1 x+\gamma_2 y+\gamma_3 z+\gamma_4 x^2+\gamma_5 y^2+\gamma_6 z^2+\gamma_7 xy+\gamma_8 yz+\gamma_9 zx \\
\frac{f}{\lambda+2\mu} &= \frac{2\mu}{\lambda+\mu}(a_0+a_1 x+a_2 y+a_3 z) = \varepsilon_0+\varepsilon_1 x+\varepsilon_2 y+\varepsilon_3 z.
\end{aligned} \tag{12}$$

Es wird dann

$$\begin{aligned}
\xi = {} & -\frac{\rho_1}{2(\lambda+2\mu)}\, xW - (a_0 x+a_1 x^2+a_2 xy+a_3 xz)+\alpha_0+\alpha_1 x+\alpha_2 y+ \\
& +\alpha_3 z+\alpha_4 x^2+\alpha_5 y^2+\alpha_6 z^2+\alpha_7 xy+\alpha_8 yz+\alpha_9 zx \\
\eta = {} & -\frac{\rho_1}{2(\lambda+2\mu)}\, yW - (a_0 y+a_1 yx+a_2 y^2+a_3 yz)+\beta_0+\beta_1 x+\beta_2 y+ \\
& +\beta_3 z+\beta_4 x^2+\beta_5 y^2+\beta_6 z^2+\beta_7 xy+\beta_8 yz+\beta_9 zx \\
\zeta = {} & -\frac{\rho_1}{2(\lambda+2\mu)}\, zW - (a_0 z+a_1 zx+a_2 zy+a_3 z^2)+\gamma_0+\gamma_1 x+\gamma_2 y+ \\
& +\gamma_3 z+\gamma_4 x^2+\gamma_5 y^2+\gamma_6 z^2+\gamma_7 xy+\gamma_8 yz+\gamma_9 zx.
\end{aligned}$$

Nun muß wegen der Symmetrie, die für ξ und η besteht, für positives und negatives x, ξ entgegengesetzte Werte annehmen, dagegen muß für positives und negatives y das gleiche ξ resultieren. Es muß also ξ eine ungerade Funktion von x, dagegen eine gerade von y sein; η aber muß eine ungerade Funktion von y, dagegen eine gerade von x sein. Es muß also:

$$a_1 = a_2 = 0$$

$$\alpha_0 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = \alpha_6 = \alpha_7 = \alpha_8 = 0 \tag{13}$$

$$\beta_0 = \beta_1 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = \beta_6 = \beta_7 = \beta_9 = 0$$

sein. Endlich müssen in ζ alle ungeraden Glieder in x und y verschwinden. Also ist:

$$a_1 = a_2 = \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_7 = \gamma_8 = \gamma_9 = 0. \tag{14}$$

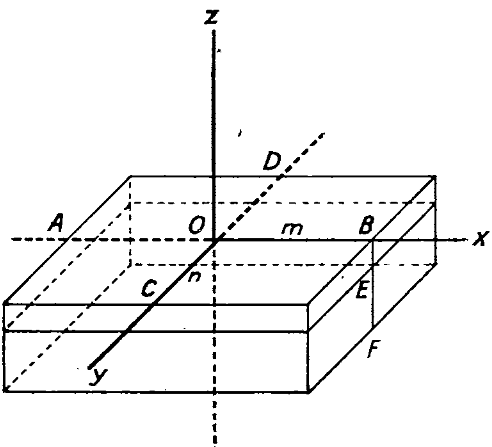

Fig. 1.

Wenn wir noch: $W = -gz$ einführen und zur Abkürzung setzen

$$\begin{aligned}
-a_0+\alpha_1 &= \alpha_1' & \quad -a_3+\alpha_9+\frac{g\rho_1}{2(\lambda+2\mu)} &= \alpha_9' \\
-a_0+\beta_2 &= \beta_2' & \quad -a_3+\beta_8+\frac{g\rho_1}{2(\lambda+2\mu)} &= \beta_8' \\
-a_0+\gamma_3 &= \gamma_3' & \quad -a_3+\gamma_6+\frac{g\rho_1}{2(\lambda+2\mu)} &= \gamma_6',
\end{aligned} \tag{15}$$

so bleibt jetzt

$$\begin{aligned}\xi &= \alpha_1' x + \alpha_9' x z \\ \eta &= \beta_2' y + \beta_8' y z \\ \zeta &= \gamma_0 + \gamma_3' z + \gamma_4 x^2 + \gamma_5 y^2 + \gamma_6' z^2,\end{aligned} \tag{16}$$

Die Gleichungen $\Delta^2 u = 0$ und $\Delta^2 v = 0$ sind durch (13) erfüllt. $\Delta^2 w = 0$ spielt keine Rolle, weil γ_6 nur mit der unbekannt bleibenden Größe a_8 verbunden, auftritt. Die Indexstriche können im Weiteren wegbleiben. Daraus wird nun:

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \alpha_1 + \alpha_9 z \qquad \frac{\partial \eta}{\partial y} = \beta_2 + \beta_8 z \qquad \frac{\partial \zeta}{\partial z} = \gamma_3 + 2\gamma_6 z. \tag{17}$$

Bilden wir nun:

$$\delta = \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} = \alpha_1 + \beta_2 + \gamma_3 + (\alpha_9 + \beta_8 + 2\gamma_6) z,$$

so muß dieser Ausdruck nach (8) und (12) gleich sein:

$$\delta = \frac{g \rho_1 z}{\lambda + 2\mu} + \varepsilon_0 + \varepsilon_1 x + \varepsilon_2 y + \varepsilon_3 z.$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned}\alpha_1 + \beta_2 + \gamma_3 &= \varepsilon_0 \\ \alpha_9 + \beta_8 + 2\gamma_6 &= \frac{g \rho_1}{\lambda + 2\mu} + \varepsilon_3 \\ \varepsilon_1 = \varepsilon_2 &= 0\end{aligned} \tag{18}$$

und

$$\delta = \frac{g \rho_1 z}{\lambda + 2\mu} + \varepsilon_0 + \varepsilon_3 z. \tag{19}$$

Für die Spannungen erhalten wir dann nach den bekannten Formeln:

$$\begin{aligned}P &= \lambda\delta + 2\mu \frac{\partial \xi}{\partial x} \qquad & S &= \mu\left(\frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial y}\right) \\ Q &= \lambda\delta + 2\mu \frac{\partial \eta}{\partial y} \qquad & T &= \mu\left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial z}\right) \\ R &= \lambda\delta + 2\mu \frac{\partial \zeta}{\partial z} \qquad & U &= \mu\left(\frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial x}\right)\end{aligned} \tag{20}$$

die Ausdrücke:

$$
\begin{aligned}
P &= \lambda\left(\frac{g\rho_1 z}{\lambda+2\mu}+\varepsilon_0+\varepsilon_3 z\right)+2\mu(\alpha_1+\alpha_9 z) \qquad & S &= \mu y(\beta_8+2\gamma_5) \\
Q &= \lambda\left(\frac{g\rho_1 z}{\lambda+2\mu}+\varepsilon_0+\varepsilon_3 z\right)+2\mu(\beta_2+\beta_8 z) \qquad & T &= \mu x(\alpha_9+2\gamma_4) \\
R &= \lambda\left(\frac{g\rho_1 z}{\lambda+2\mu}+\varepsilon_0+\varepsilon_3 z\right)+2\mu(\gamma_3+2\gamma_6 z) \qquad & U &= 0.
\end{aligned}
\tag{21}
$$

Auf eine Flächeneinheit mit den Richtungskonstanten a, b, c wirken die resultierenden Spannungen in der Richtung der drei Koordinatenachsen:

$$
\begin{aligned}
F &= Pa+Ub+Tc \\
G &= Ua+Qb+Sc \\
H &= Ta+Sb+Rc.
\end{aligned}
\tag{22}
$$

Da die Grenzflächen der Scholle auf den Achsen senkrecht stehen, so haben wir für

$$
\begin{array}{llllll}
x=\pm m: & a=\pm 1 & b=0 & c=0, & F=\pm P & G=\pm U \quad H=\pm T \\
y=\pm n: & a=0 & b=\pm 1 & c=0 & F=\pm U & G=\pm Q \quad H=\pm S \\
z=\quad 0: & a=0 & b=0 & c=+1 & F=\quad T & G=\quad S \quad H=\quad R \\
z=-t_2: & a=0 & b=0 & c=1 & F=-T & G=-S \quad H=-R.
\end{array}
\tag{23}
$$

Da der hydrostatische Druck immer senkrecht zur Oberfläche wirkt, sind die Tangentialspannungen alle gleich Null.

Nun entsteht eine große Schwierigkeit daraus, daß der Druck längs der Seitenflächen eine Unstetigkeit im Niveau $z=-t_1$ d. i. am Boden des Ozeans, aufweist. Deshalb wurde die Scholle in zwei Teile geteilt. Die untere reicht von t_2 bis t_1, die obere von t_1 bis Null. Von dieser, die wegen des geringeren Druckes wenig deformiert wird und die auch weniger mächtig ist, wollen wir annehmen, daß sie sich einfach auf die untere auflagert. Wir haben dann bei der unteren Scholle für den Seitendruck nur die Formel (3) zu verwenden.

Es sind also für die Fläche $x=m$ der unteren Scholle die drei Kräfte:

$$
\begin{aligned}
P &= \lambda\left(\frac{g\rho_1}{\lambda+2\mu}z+\varepsilon_0+\varepsilon_3 z\right)+2\mu(\alpha_1+\alpha_9 z) = -g\rho_0 t_1+g\rho_2(z+t_1) \\
U &= 0 \\
T &= \mu m(a_9+2\gamma_4) = 0.
\end{aligned}
$$

Dies führt auf folgende Bedingungen:

$$\lambda \varepsilon_0 + 2\mu \alpha_1 = -g \rho_0 t_1 + g \rho_2 t_1 \tag{24}$$

$$\frac{\lambda g \rho_1}{\lambda + 2\mu} + \lambda \varepsilon_3 + 2\mu \alpha_9 = g \rho_2 \tag{25}$$

$$\alpha_9 + 2\gamma_4 = 0. \tag{26}$$

Für $x = -m$ gelten dieselben Bedingungen.

Für $y = +n$ ergeben sich aus U, Q und S die Bedingungen:

$$\lambda \varepsilon_0 + 2\mu \beta_2 = -g \rho_0 t_1 + g \rho_2 t_1 \tag{27}$$

$$\frac{\lambda g \rho_1}{\lambda + 2\mu} + \lambda \varepsilon_3 + 2\mu \beta_8 = g \rho_2 \tag{28}$$

$$\beta_8 + 2\gamma_5 = 0, \tag{29}$$

so daß, wie auch aus der Symmetrie folgt,

$$\alpha_1 = \beta_2 \qquad \alpha_9 = \beta_8 \qquad \gamma_4 = \gamma_5 \tag{30}$$

ist.

Für die Begrenzungsfläche $z = -t_1$ folgt aus T, S und R:

$$\alpha_9 + 2\gamma_4 = 0 \text{ und } \beta_8 + 2\gamma_5 = 0 \text{ wie oben,}$$

ferner:

$$-\lambda \frac{g \rho_1 t_1}{\lambda + 2\mu} + \lambda \varepsilon_0 - \lambda \varepsilon_3 t_1 + 2\mu \gamma_3 - 4\mu \gamma_6 t_1 = -g \rho_1 t_1,$$

oder

$$\lambda \varepsilon_0 - \lambda \varepsilon_3 t_1 + 2\mu \gamma_3 - 4\mu \gamma_6 t_1 = \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} g \rho_1 t_1 - g \rho_1 t_1 = -\frac{2\mu}{\lambda + 2\mu} g \rho_1 t_1, \tag{31}$$

indem hier als Druck nur das Gewicht der oberen Scholle wirkt. Für $z = -t_2$ erhält man unter Berücksichtigung von (4)

$$\lambda \varepsilon_0 - \lambda \varepsilon_3 t_2 + 2\mu \gamma_3 - 4\mu \gamma_6 t_2 = \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} g \rho_1 t_2 - [g \rho_0 t_2 + g \rho_2 (t_2 - t_1)] =$$

$$= \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} g \rho_1 . t_2 - g \rho_1 t_2 = -\frac{2\mu}{\lambda + 2\mu} . g \rho_1 t_2 . \tag{32}$$

Aus (24) und (27) ergibt sich durch Addition:

$$2\lambda \varepsilon_0 + 2\mu (\alpha_1 + \beta_2) = -2g \rho_0 t_1 + 2g \rho_2 t_1$$

oder nach (18)

$$2\lambda\,\varepsilon_0+2\mu\,(\varepsilon_0-\gamma_3) = -2g\,\rho_0\,t_1+2g\,\rho_2\,t_1,$$

daher

$$2\mu\gamma_3 = 2(\lambda+\mu)\,\varepsilon_0+2g\,\rho_0\,t_1-2g\,\rho_2\,t_1. \tag{33}$$

In der gleichen Weise ergibt sich aus (25) und (28)

$$2\lambda\,\varepsilon_3+2\mu\,(\alpha_9+\beta_8) = 2g\,\rho_2-\frac{2\lambda g\,\rho_1}{\lambda+2\mu}$$

oder nach (18)

$$2\lambda\,\varepsilon_3+2\mu\left(\varepsilon_3+\frac{g\,\rho_1}{\lambda+2\mu}-2\gamma_6\right) = 2g\,\rho_2-\frac{2\lambda g\,\rho_1}{\lambda+2\mu},$$

somit

$$4\mu\,\gamma_6 = \frac{2(\lambda+\mu)}{\lambda+2\mu}.g\,\rho_1+2(\lambda+\mu)\,\varepsilon_3-2g\,\rho_2. \tag{34}$$

Setzen wir dies in (31) und (32) ein, so wird

$$\begin{aligned}\lambda\,\varepsilon_0-\lambda\,\varepsilon_3\,t_1+2(\lambda+\mu)\,\varepsilon_0-2(\lambda+\mu)\,\varepsilon_3\,t_1 &= -\frac{2\mu}{\lambda+2\mu}g\,\rho_1\,t_1-2g\rho_0.t_1+\\ &\quad+2g\rho_2 t_1+\frac{2(\lambda+\mu)}{\lambda+2\mu}g\,\rho_1\,t_1-2g\,\rho_2\,t_1\\ &= \frac{2\lambda}{\lambda+2\mu}g\,\rho_1\,t_1-2\rho_0 g t_1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda\,\varepsilon_0-\lambda\,\varepsilon_3\,t_2+2(\lambda+\mu)\,\varepsilon_0-2(\lambda+\mu)\,\varepsilon_3\,t_2 &= -\frac{2\mu}{\lambda+2\mu}g\,\rho_1 t_2-2g\rho_0\,t_1+\\ &\quad+2g\,\rho_2 t_1+\frac{2(\lambda+\mu)}{\lambda+2\mu}g\,\rho_1\,t_2-2g\,\rho_2\,t_2\\ &= \frac{2\lambda}{\lambda+2\mu}g\,\rho_1\,t_2-2g\rho_0 t_1+2g\,\rho_2\,t_1-2g\rho_2\,t_2\end{aligned}$$

oder unter Einführung der Abkürzungen

$$M = \frac{2\lambda}{\lambda+2\mu}g\,\rho_1\,t_1-2g\,\rho_0\,t_1$$

$$N = \frac{2\lambda}{\lambda+2\mu}g\,\rho_1\,t_2-2g\,\rho_0\,t_1+2g\,\rho_2\,t_1-2g\,\rho_2\,t_2:$$

$$\left.\begin{aligned}(3\lambda+2\mu)\,\varepsilon_0-(3\lambda+2\mu)\,\varepsilon_3\,t_1 &= M\\ (3\lambda+2\mu)\,\varepsilon_0-(3\lambda+2\mu)\,\varepsilon_3\,t_2 &= N.\end{aligned}\right\} \tag{35}$$

Aus diesen beiden Gleichungen kann man ε_0 und ε_3 bestimmen, dann folgt aus (33): γ_3 und aus (34): γ_6; dann findet man weiter aus (24) oder (27) $\alpha_1 = \beta_2$, aus (25) oder (28): $\alpha_9 = \beta_8$ und nach (26) oder (29) $\gamma_4 = \gamma_5$. Dadurch sind die Verschiebungen in (16) bestimmt bis auf die Konstante γ_0, die auf diesem Wege nicht bestimmt werden kann. Wir werden sie später auf Grund des archimedischen Prinzipes ermitteln.

Die Frage, ob auch kompliziertere Integralformen möglich sind, muß verneint werden. Wenn man nämlich (12) durch Glieder mit höheren Potenzen ergänzt, so wird man beim Einsetzen in die Grenzbedingungen finden, daß die Koeffizienten aller dieser neuen Glieder verschwinden.

Es sei E der Elastizitätsmodul; dann ist die Längenänderung k charakterisiert durch $k = \frac{1}{E}$; die Querkontraktion sei l, und wenn wir die Poisson'sche Konstante gleich $\frac{1}{4}$ nehmen, so ist $l = \frac{k}{4}$. Nehmen wir nun $E = 3 \cdot 10^{11}\ CGS$, wie es nach den Beobachtungen an Erdbebenwellen etwa der Erdrinde entspricht, so ist nach bekannten Formeln:

$$\mu = \frac{1}{2(k+l)} = \frac{2}{5k} \qquad \lambda = \frac{l}{(k+l)}(k-2l) = \frac{2}{5k},$$

somit

$$\mu = \lambda = 1 \cdot 2 . 10^{11}\ CGS.$$

Wir berechnen nun zuerst eine kleine Scholle, damit wir sicher sind, daß Glieder zweiter Ordnung keine Rolle spielen. Solche müssen sich nämlich aus dem Umstande ergeben, daß die Grenzbedingungen genau genommen nicht an den ungestörten, sondern an den gestörten Grenzflächen erfüllt sein müssen.

Die Scholle habe also eine quadratische Oberfläche von nur $2m = 2n = 100\ km$ Seitenlänge. Nehmen wir nun die Tiefe des Ozeans zu $t_1 = 5\ km = 5 \cdot 10^5\ cm$, so finden wir mit den Dichten $\rho_0 = 1$, $\rho_1 = 2 \cdot 7$ und $\rho_2 = 3 \cdot 0$ nach (1) für t_2, den Wert $33\,^1/_3\ km = 3 \cdot 333 \cdot 10^6\ cm$ und damit die folgenden Ausdrücke für die Verschiebungen:

$$\begin{aligned} \xi &= 2 \cdot 452 . 10^{-3} x + 5 \cdot 148 . 10^{-9} xz \\ \eta &= 2 \cdot 452 . 10^{-3} y + 5 \cdot 148 . 10^{-9} yz \\ \zeta &= \gamma_0 - 1 \cdot 634 . 10^{-3} z - 2 \cdot 574 . 10^{-9} x^2 - \\ &\quad - 2 \cdot 574 . 10^{-9} y^2 + 1 \cdot 901 . 10^{-9} z^2. \end{aligned} \tag{36}$$

II. Für die obere Scholle haben wir den Seitendruck auf der positiven x-Seite nach (2) gleich $+g\rho_0 z$ zu setzen, der für negative z negativ ist; an der oberen Begrenzung ist der Druck gleich Null, an der unteren Begrenzung gleich $+g\rho_1 t_1$. Wir erhalten, wenn wir die Konstanten dieser Scholle mit einem Strich bezeichnen, die Bedingungsgleichungen:

$$\lambda\varepsilon_0'+2\mu\alpha_1' = 0 \qquad (37) \qquad \lambda\varepsilon_0'+2\mu\beta_2' = 0 \qquad (40)$$

$$\frac{\lambda g\rho_1}{\lambda+2\mu}+\lambda\varepsilon_3'+2\mu\alpha_9' = g\rho_0 \qquad (38) \qquad \frac{\lambda g\rho_1}{\lambda+2\mu}+\lambda\varepsilon_3'+2\mu\beta_8' = g\rho_0 \qquad (41)$$

$$\alpha_9'+2\gamma_4' = 0 \qquad (39) \qquad \beta_8'+2\gamma_5' = 0 \qquad (42)$$

$$\lambda\varepsilon_0'+2\mu\gamma_3' = 0. \qquad (43)$$

Für die untere Grenzfläche aber führen wir die Bedingung ein, daß die Verschiebungen ζ' gleich sein sollen den Verschiebungen ζ der oberen Begrenzung der unteren Scholle. Also

$$\gamma_0'+\gamma_3' t_1+\gamma_4' x^2+\gamma_5' y^2+\gamma_6' t_1^2=\gamma_0-\gamma_3 t_1+\gamma_4 x^2+\gamma_5 y^2+\gamma_6 t_1^2. \qquad (44)$$

Es ergibt sich nun aus (37), (40) und (43):

$$\varepsilon_0' = -\frac{2\mu}{\lambda}\alpha_1' = -\frac{2\mu}{\lambda}\beta_2' = -\frac{2\mu}{\lambda}\gamma_3'$$

oder nach (18)

$$\varepsilon_0' = \alpha_1' = \beta_2' = \gamma_3' = 0. \qquad (45)$$

Ferner wird aus (44) und (39) oder (42)

$$\gamma_4' = \gamma_4 = \frac{\alpha_9'}{2} \qquad \gamma_5' = \gamma_5 = \frac{\beta_8'}{2}.$$

Aus (38) oder (41) erhält man ε_3', und dann mittels einer (18) analogen Gleichung γ_6'. Endlich gibt (44)

$$\gamma_0' = \gamma_0-\gamma_3 t_1+(\gamma_6-\gamma_6')t_1^2.$$

Mit den obigen speziellen Werten finden wir:

$$\xi = 2\cdot 452.10^{-10}\, xz$$

$$\eta = 2\cdot 452.10^{-10}\, yz \qquad (46)$$

$$\zeta = \gamma_0+3\cdot 935.10^2-2\cdot 574.10^{-9}x^2-2\cdot 574.10^{-9}y^2+4\cdot 465.10^{-9}z^2.$$

Für die angenommenen Dimensionen der Schollen ergeben sich die Werte der folgenden Zusammenstellung (Tabelle I), wobei auf die Konstante γ_0 vorläufig nicht Rücksicht genommen ist.

Tabelle I.

z	$x = 0$		$x = 5.10^6$	
	ξ	ζ	ξ	ζ
0	0	$3\cdot 9\,m$	0	$-639\cdot 6$
$-5\cdot 10^5\,cm$	0	$12\cdot 9$	$-6\cdot 1\,m$	$-630\cdot 6$
$-3\cdot 333.10^6$	0	$265\cdot 7$	$-735\cdot 6$	$-377\cdot 8$

Die Bestimmung von γ_0 erfolgt auf Grund des archimedischen Prinzips. Da sich nur das Volumen der beiden Schollen, nicht aber das Gewicht ändert, so ist, wenn v_0 und v'_0 die ursprünglichen Volumina und Δv und $\Delta v'$ die Veränderungen bedeuten:

$$\rho_2 (v_0+\Delta v) + \rho_0 (v'_0+\Delta v') = p,$$

wenn p das Gesamtgewicht der beiden Schollen bedeutet. Da nun zu Anfang

$$\rho_2 v_0+\rho_0 v'_0 = p$$

ist, so bleibt

$$\rho_2 \Delta v+\rho_0 \Delta v' = 0. \tag{47}$$

Δv setzt sich zusammen aus dem vierfach genommenen Wert für eine Seitenfläche und dem Einfluß der unteren Grundfläche; ähnlich bei $\Delta v'$ unter Berücksichtigung der oberen Grundfläche. Die gemeinsame Fläche der beiden Schollen spielt hier keine Rolle.

Wir erhalten also für die vier Bestandteile:

$$A = 4\int_m^{m+\xi}\int_{-n}^{+n}\int_{-t_2}^{-t_1} dx\,dy\,dz = 8mn\left[\alpha_1 (t_2-t_1) - \frac{\alpha_9}{2}(t_2^2-t_1^2)\right] =$$
$$= -4\cdot 200.10^{18}$$

$$B = \int_{-m}^{+m}\int_{-n}^{+n}\int_{-t_2+\zeta_2}^{-t_2} dx\,dy\,dz^1 = -4mn(\gamma_0-\gamma_3 t_2+\gamma_6 t_2^2) -$$
$$-\frac{4m^3}{3}(\gamma_4+\gamma_5) = -10^{14}\gamma_0+1\cdot 633.10^{18}$$

$$C = -8mn\frac{\alpha'_9}{2}t_1^2 = 6\cdot 132.10^{16}. \tag{48}$$

Etwas komplizierter ist der Einfluß an der oberen Grenzfläche der oberen Scholle zu behandeln; dabei ist nämlich darauf

[1] $\zeta_2 : \zeta$ an der unteren Grenzfläche der unteren Scholle,
$\zeta'_1 : \zeta$ „ „ oberen „ „ oberen „ .

Rücksicht zu nehmen, daß möglicherweise nur ein Teil der Scholle untergetaucht ist, so daß eine Transgression entsteht. Wir haben also, wenn wir Polarkoordinaten einführen nach (46):

$$D = \int_0^{\zeta_1'} \int\int r\,dr\,d\varphi\,dz = \int\int (\gamma_0 + a + \gamma_4 r^2)\,r\,dr\,d\varphi, \quad a = +3\cdot 935.10^2,$$

wobei als Grenzen zu nehmen sind:

für r als untere Grenze die Entfernung r_0 von der Mitte, für welche $\zeta_1' = 0$ wird, somit $r_0 = \sqrt{\frac{-(\gamma_0+a)}{\gamma_4}}$, als obere $r = \frac{m}{\cos\varphi}$

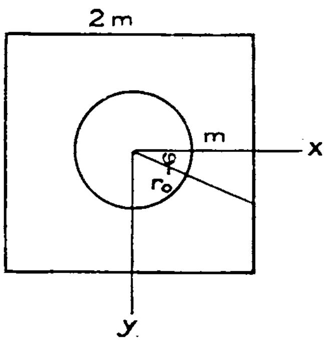

Fig. 2.

(Fig. 2); für φ sind die Grenzen 0 und $\frac{\pi}{4}$, doch müssen wir dann noch den Faktor 8 hinzufügen. Somit

$$D = 8\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left\{ \frac{\gamma_0+a}{2}\left[\frac{m^2}{\cos^2\varphi} - r_0^2\right] + \frac{\gamma_4}{4}\left[\frac{m^4}{\cos^4\varphi} - r_0^4\right]\right\} d\varphi$$

$$= \frac{\pi(\gamma_0+a)^2}{2\gamma_4} + 4(\gamma_0+a)\,m^2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^2\varphi}\,d\varphi + 2\gamma_4 m^4 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^4\varphi}\,d\varphi$$

$$= -6\cdot 103.10^8(\gamma_0+a)^2 + 10^{14}(\gamma_0+a) - 6\cdot 864.10^{18}. \qquad (48')$$

Setzen wir $\gamma_0 + a = s$, so wird die Bedingung (47)

$$\begin{aligned} &3\cdot 0[-4\cdot 200.10^{18} + 1\cdot 633.10^{18} - 10^{14}(s - 3\cdot 935.10^2)] + \\ &+1.0[6\cdot 132.10^{16} - 6\cdot 103.10^8 s^2 + 10^{14}s - 4\cdot 289.10^{18}] = 0. \end{aligned} \qquad (49)$$

Man überzeugt sich nun leicht, daß die Lösung dieser Gleichung auf einen negativen Wert für s und damit auf ein imaginäres r_0 führt, d. h. es gibt keine Stelle mit $\zeta'_1 = 0$; die Scholle wird also vollständig vom Meere überflutet. Wir müssen somit in (49) das von r_0 herrührende Glied mit s^2 weglassen und finden dann

$$11{\cdot}866 . 10^8 + 2{\cdot}10^{14} s = 0$$

oder

$$s = 593{\cdot}3\, m \qquad \gamma_0 = -593{\cdot}3\, m - 3{\cdot}9\, m = -597{\cdot}2\, m. \tag{50}$$

Wir erhalten ein Meer, das in der Mitte $593{\cdot}3 m$, am Rande nach Tabelle I $593{\cdot}3\, m + 639{\cdot}6\, m = 1232{\cdot}9\, m$ tief ist.

III. Wir versuchen nun dieselben Formeln auf eine größere Scholle anzuwenden und nehmen $2m = 2n = 1000\ km = 10^8\ cm$. Das ist noch immer kein großer Kontinent, sondern eine Insel, etwa vergleichbar mit Borneo. Nun werden die xz- oder yz-Glieder in (36) und (46) auf das Zehnfache, die Glieder mit x^2 und y^2 aber auf das Hundertfache anwachsen. Die letzteren erreichen somit die Größenordnung $2{\cdot}5 . 10^{-9}\, (5{\cdot}10^7)^2$); das sind aber 63 *km.* Die Verschiebungen werden also so groß, daß man dieselben unmöglich als elastisch behandeln kann. In der Tat wird sich eine so große Scholle unter dem ungeheuren Druck, dem sie ausgesetzt ist, nicht mehr als ein elastischer sondern als ein plastischer Körper benehmen. Nun hat Darwin[1] gezeigt, daß man jedes Problem, das sich auf einen elastischen Körper bezieht, sofort in das entsprechende eines plastischen Körpers verwandeln kann, wenn man die Elastizität durch die Viskosität ersetzt und die elastischen Verschiebungen als Geschwindigkeiten auffaßt; nur gilt dieses Verfahren nur unter der Annahme der Inkompressibilität. Man pflegt in der Tat in den meisten auf die Erde bezüglichen Rechnungen die Kompressibilität zu vernachlässigen, von dem Gedanken ausgehend, daß unter den großen Drucken die Massen bald so zusammengepreßt sein werden, daß eine weitere Kompression nicht mehr möglich ist.

Wir wollen daher das frühere Problem zunächst für den inkompressiblen Fall durchführen. Es ist dann in den Gleichungen (24) bis (46) $\lambda = \infty$ zu setzen. Gleichzeitig wird wegen

$$\delta = \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z} = 0$$

[1] G. H. Darwin, On the bodily-tides of viscous and semielastic spheroids and the ocean tides upon a yelding nucleus. Phil. Trans. of the R. S. part. I, vol. 170 (1879); Scientific papers, vol. II.

$$\varepsilon = \varepsilon_3 = 0 \text{ (nach 19)};$$

dagegen nähern sich $\lambda\varepsilon_0$ und $\lambda\varepsilon_3$ bestimmten Werten σ_0 und σ_3.

Die Bedingungsgleichungen werden also für die untere Scholle:

$$\sigma_0+2\mu\alpha_1 = -g\rho_0 t_1+g\rho_2 t_1 \quad (51) \qquad \sigma_0+2\mu\beta_2 = -g\rho_0 t_1+g\rho_2 t_1 \quad (54)$$

$$g\rho_1+\sigma_3+2\mu\alpha_9 = g\rho_2 \quad (52) \qquad g\rho_1+\sigma_3+2\mu\beta_8 = g\rho_2 \quad (55)$$

$$\alpha_9+2\gamma_4 = 0 \quad (53) \qquad \beta_8+2\gamma_5 = 0, \quad (56)$$

somit wie früher

$$\alpha_1 = \beta_2 \quad \alpha_9 = \beta_8 \quad \gamma_4 = \gamma_5. \tag{57}$$

Ferner

$$\left.\begin{aligned}\sigma_0-\sigma_3 t_1+2\mu\gamma_3-4\mu\gamma_6 t_1 &= 0\\ \sigma_0-\sigma_3 t_2+2\mu\gamma_3-4\mu\gamma_6 t_2 &= 0\end{aligned}\right\} \tag{58}$$

$$2\mu\gamma_3 = 2\sigma_0+2g\rho_0 t_1-2g\rho_2 t_1 \tag{59}$$

$$4\mu\gamma_6 = 2g\rho_1+2\sigma_3-2g\rho_2. \tag{60}$$

Endlich

$$\left.\begin{aligned}3\sigma-3\sigma_3 t_1 &= M\\ 3\sigma-3\sigma_3 t_2 &= N\end{aligned}\right\} \tag{61}$$

mit

$$M = 2g\rho_1 t_1-2g\rho_0 t_1,$$
$$N = 2g\rho_1 t_2-2g\rho_0 t_1-2g\rho_2(t_2-t_1);$$

dabei ist N nach (1) gleich Null.

Die Formeln für die obere Scholle (37) bis (46) gehen über in

$$\sigma_0'+2\mu\alpha_1' = 0 \quad (62) \qquad \sigma_0'+2\mu\beta_2' = 0 \quad (65)$$

$$g\rho_1+\sigma_3'+2\mu\alpha_9' = g\rho_0 \quad (63) \qquad g\rho_1+\sigma_3'+2\alpha\beta_8' = g\rho_0 \quad (66)$$

$$\alpha_9'+2\gamma_4' = 0 \quad (64) \qquad \beta_8'+2\gamma_5' = 0 \quad (67)$$

$$\sigma_0'+2\mu\gamma_3' = 0$$

$$\gamma_4' = \gamma_4 \tag{68}$$

$$\gamma_5' = \gamma_5 \tag{69}$$

$$\gamma_0'-\gamma_3' t_1+\gamma_6' t_1^2 = \gamma_0-\gamma_3 t_1+\gamma_6 t_1^2. \tag{70}$$

Man erhält nunmehr für die Verschiebungen folgende Ausdrücke:

untere Scholle:

$$\begin{aligned}\xi &= 1\cdot 362.10^{-3}x+4\cdot 087.10^{-10}xz \\ \eta &= 1\cdot 362.10^{-3}y+4\cdot 087.10^{-10}yz \\ \zeta &= \gamma_0-2\cdot 724.10^{-3}z-2\cdot 044.10^{-10}x^2- \\ &\quad -2\cdot 044.10^{-10}y^2-4\cdot 087.10^{-10}z^2;\end{aligned} \tag{71}$$

obere Scholle:

$$\begin{aligned}\xi' &= -2\cdot 315.10^{-9}xz \\ \eta' &= -2\cdot 315.10^{-9}yz \\ \zeta' &= \gamma_0+6\cdot 810.10^2-2\cdot 044.10^{-10}x^2- \\ &\quad -2\cdot 044.10^{-10}y^2+2\cdot 315.10^{-9}z^2.\end{aligned} \tag{72}$$

und die folgenden Werte für die Verschiebungen (Tabelle II).

Tabelle II.

Z	$x=0$		$x=5\cdot 10^6$	
	ξ	ζ	ξ	ζ
0	0	$+6\cdot 8\,m$	0	$-44\cdot 2\,m$
$-5\cdot 10^5\,cm$	0	$+12\cdot 6$	$57.9\,m$	$-38\cdot 4$
$-3\cdot 333.10^6$	0	$+55\cdot 4$	0	$-45\cdot 6$

Ferner erhalten wir

$$\begin{aligned}A &= 3\cdot 278.10^{17} \\ B &= -10^{14}\,\gamma_0-1\cdot 132.10^{17} \\ C &= 5\cdot 790.10^{16} \\ D &= 10^{14}(\gamma_0+a)-7\cdot 685.10^9(\gamma_0+a)^2-3\cdot 407.10^{17} \\ a &= 6\cdot 810.10^2\end{aligned} \tag{73}$$

und statt (49)

$$3(3\cdot 278.10^{17}-10^{14}(s-a)-1\cdot 132.10^{17})+1\cdot 0(5\cdot 790.10^{16}+ \\ +10^{14}s-7\cdot 685.10^9 s^2-3\cdot 407.10^{17})=0.$$

Die quadratische Gleichung, die sich daraus ergibt, lautet

$$s^2+2\cdot 602.10^4 s-7\cdot 746.10^7=0 \tag{74}$$

und liefert die positive Wurzel

$$s = 27 \cdot 0\, m. \tag{75}$$

In der Mitte entsteht nun eine Insel von 27 m Höhe und einem Radius von $38 \cdot 6$ *km*. Das Meer erreicht am Rande eine Tiefe von $44 \cdot 2\, m - 27 \cdot 0\, m = 17 \cdot 2\, m$.

Der wesentliche Unterschied gegen den früheren Fall liegt darin, daß alles viel flacher geworden ist.

Im allgemeinen ist aber das Bild einer flachen Erhebung in der Mitte geblieben. Da nun, wie schon erwähnt, die Kompressibilität unmöglich sehr groß sein kann, so können wir die eben gefundene Lösung der weiteren Untersuchung zugrunde legen.

IV. Wir führen nun die Rechnung für die große Scholle durch, die wir als plastisch betrachten. Es sei nun $2m = 2n = 1000$ *km*. Für die Konstante der Viskosität wählen wir zunächst 10^{23},[1] einen Wert, der den Verhältnissen der Erdkruste ziemlich entsprechen dürfte. Da wir früher μ von der Größenordnung 10^{11} hatten, so müssen nun alle Koeffizienten mit 10^{-12} multipliziert werden. Die Zahl der Sekunden in 10.000 Jahren ist gleich 86.400 mal $365 \cdot 25$ mal $10.000 = 3 \cdot 1558 . 10^{11}$. Wenn wir also alle Koeffizienten in (71 und 72) mit $0 \cdot 3166$ multiplizieren, so stellen die neuen Formeln die Geschwindigkeit der Massenverschiebungen in Zentimetern pro 10.000 Jahren vor. Wir erhalten

Untere Scholle:

$$\begin{aligned}
\xi &= -4 \cdot 298 . 10^{-4} x + 1 \cdot 290 . 10^{-10} x z \\
\eta &= -4 \cdot 298 . 10^{-4} y + 1 \cdot 290 . 10^{-10} y z \\
\zeta &= \gamma_0 - 8 \cdot 597 . 10^{-4} z - 6 \cdot 451 . 10^{-11} x^2 - \\
&\quad - 6 \cdot 451 . 10^{-11} y^2 - 1 \cdot 290 . 10^{-10} z^2 .
\end{aligned} \tag{76}$$

Obere Scholle:

$$\begin{aligned}
\xi' &= -7 \cdot 306 . 10^{-10} x z \\
\eta' &= -7 \cdot 306 . 10^{-10} y z \\
\zeta' &= \gamma_0 + 2 \cdot 149 . 10^{2} - 6 \cdot 451 . 10^{-11} x^2 - \\
&\quad - 6 \cdot 451 . 10^{-11} y^2 + 7 \cdot 306 . 10^{-10} z^2 .
\end{aligned} \tag{77}$$

Die Verhältnisse sind in Tabelle III dargestellt.

---

[1] Vening-Meinesz, l. c., S. 59, nimmt für die Viskosität des Magmas in Unterströmungen: $4 \cdot 10^{22}$ CGS. H. Jeffreys, The viscosity of the earth (fourth paper) Monthly Notices, geophys. Suppl., Bd. 1, Nr. 8, gibt sogar $3 \cdot 10^{25}$. Dieser Wert kann aber nur für die alleroberstenSchichten gelten; siehe auch A. Prey, Über Polschwankung und Polwanderung, Gerlands Beiträge, Bd. 56, 1940.

Tabelle III.

Z	$x = 0$		$x = 5\cdot 10^7$	
	ξ	ζ	ξ	ζ
0	0	$+2\cdot 2\,m$	0	$-1627\,m$
$-5\cdot 10^5\,cm$	0	$+3\cdot 9$	$+182\cdot 7m$	-1609
$-3\cdot 333.10^6$	0	$+11\cdot 5$	0	-1611

Zur Bestimmung von γ_0 gehen wir so vor wie früher. Wir finden:

$$\begin{aligned} A &= +1\cdot 036.10^{19} \\ B &= -10^{16}\gamma_0 + 1\cdot 075.10^{21} \\ C &= 1\cdot 827.10^{18} \\ D &= -2\cdot 435.10^{-10}(\gamma_0+a)^2 + 10^{16}(\gamma_0+a) - 1\cdot 075.10^{21} \end{aligned} \tag{78}$$

$$a = 2\cdot 149.10^2.$$

Wir erhalten die Bedingung:

$$3[1\cdot 036.10^{19} - 10^{16}s + 1\cdot 060.10^{21} + 2\cdot 149.10^{18}] +$$
$$+1\cdot 0[1\cdot 827.10^{18} - 2\cdot 435.10^{-10}s^2 + 10^{16}s - 1\cdot 075.10^{21}] = 0$$

oder

$$-2\cdot 435.10^{-10}s^2 - 2\cdot 10^{16}s + 2\cdot 146.10^{21} = 0. \tag{79}$$

Also

$$s = \gamma_0 + a = 958\,m. \tag{80}$$

Daraus ergibt sich

$$r_0 = \sqrt{\frac{9\cdot 58.10^4}{6\cdot 451.10^{11}}} = 3\cdot 853.10^7\,cm = 385\,km.$$

Wir erhalten nun folgende Verschiebungen. Von der Mitte des Randes ($x = 5\cdot 10^7\,cm$) steigt die obere Grenzfläche zu einer Höhe von $1627\,m + 2\,m = 1629\,m$ an. In der Mitte bildet sich dadurch eine Insel von $385\,km$ Radius, welche die Seehöhe von $958\,m$ erreicht. Die Tiefe des Meeres beträgt am Rande $1627\,m - 958\,m = 669\,m$.

Die Verschiebung der Seitenflächen steigt von $x = 0$ für $z = 0$ auf $183\,m$ für $z = -5\cdot 10^5$ an, nimmt dann wieder ab und ist für $z = -3\cdot 333.10^6$ gleich Null. Fig. 3 gibt ein beiläufiges Bild der eingetretenen Verschiebungen. Hier sind links die Werte von ζ, rechts die Werte von ξ für die senkrechten Grenzflächen angegeben. In der Mitte stehen die ζ-Werte für $x = 0$; die Größe γ_0 ist dabei berücksichtigt.

Es entsteht somit im Laufe von 10.000 Jahren ein Gebirge von etwa 1000 *m* Höhe über dem Meere und von 1600 *m* über dem Schelfrande und man sieht, daß auf diesem Wege Gebirge beliebiger Höhe entstehen können, wenn man nur die Zeit entsprechend lang nimmt. Die Geschwindigkeit dieser Entwicklung erscheint sogar auffallend groß, um so mehr, wenn man bedenkt, daß die Höhe mit den Dimensionen der Scholle quadratisch steigt, so

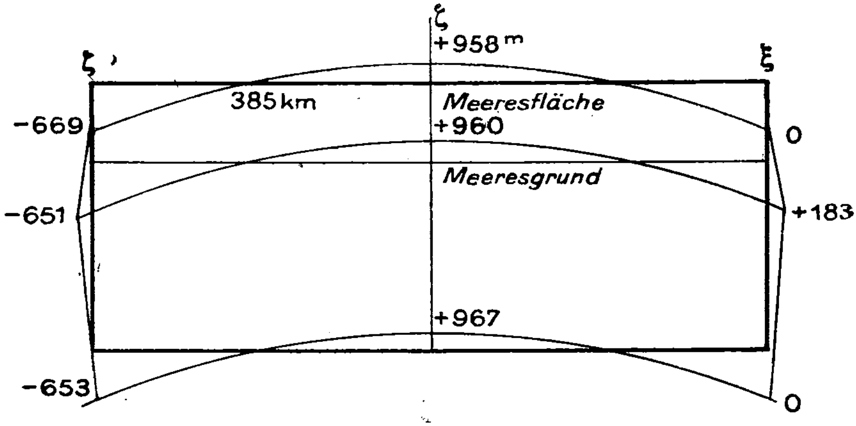

Fig. 3

daß man bei Schollen von kontinentalem Ausmaße bald zu sehr großen Zahlen kommt.

Die Verschiebung ξ am Boden der Scholle ist gleich Null. Dies rührt daher, daß hier die Verschiebung eine Größe zweiter Ordnung wird. In der Tat, wenn wir die Auswölbung einfach als Kreis auffassen, so erhalten wir für den Unterschied zwischen dem halben Bogen und der zugehörigen halben Sehne den Ausdruck $\frac{2}{3} \cdot \frac{s^2}{m}$, wo m dieselbe Bedeutung hat wie früher und s die Pfeilhöhe bedeutet; mit $s = 1$ *km* und $m = 500$ *km* erhält dies den Wert $1 \cdot 3$ *m*. Da aber s quadratisch mit m und proportional der Zeit wächst, so erhalten wir die Größenordnung $m^3 t^2$. Nehmen wir für die Zeit 1,000.000 Jahre und $m = 2000$ *km*, so steigt der Betrag auf das $64 \cdot 10^4$fache, d. s. 832 *km*. Es ist selbstverständlich, daß für so große Verschiebungen unsere Gleichungen nicht ausreichen. Man erkennt aber jedenfalls, daß auch sehr große Horizontalverschiebungen auf diesem Wege entstehen können.

Ergebnisse.

Aus den obigen Berechnungen eines schematischen Falles ergibt sich, daß eine plastische Sialscholle von 1000 *km* im Geviert, einer Dicke von 33 *km* und einem Viskositätskoeffizienten von der Größenordnung 10^{23} durch den hydrostatischen Druck des Sima, der am Boden der Scholle gegen 10.000 Atmosphären erreicht, im Laufe von 10.000 Jahren so zusammengestaucht wird, daß eine Insel von etwa 960 *m* Seehöhe und 385 *km* Radius entsteht, umgeben von einem Meere, das in der Mitte der Seiten etwa 670 *m* tief ist. Bei größeren Schollen und im Laufe längerer Zeiträume wachsen diese Werte zu ungeheuren Beträgen an.

Es entsteht also die Frage, wie weit man auf diesem Wege fortschreiten kann, ob also der Vorgang einer bestimmten Grenze zustrebt. Jedenfalls ist klar, daß, wenn die Verschiebungen schon sehr groß geworden sind, so daß sich die Form der Scholle schon recht wesentlich geändert hat, nach den gleichen Formeln nicht mehr weitergerechnet werden kann. Anderseits wird das Entstehen all zu hoher Gebirge durch die ständig wirkende Denudation verhindert, so daß man wohl theoretisch übergroße Höhen erhält, die aber in der Natur niemals erreicht werden. Allzu hohe Gebirge werden aber auch dadurch verhindert, daß die hochansteigenden Falten umkippen und Deckfalten bilden werden, wie man sie in allen Faltengebirgen beobachtet. Wir brauchen also vor einer allzu raschen Entwicklung gar nicht zurückzuschrecken, da die Beobachtungen tatsächlich so ungeheure Deformationen zeigen; nur dürfen wir nicht verlangen, daß sich diese Vorgänge nach unseren einfachen und schematischen Formeln abspielen sollen.

Einem Gleichgewichtszustand strebt aber der Vorgang offenbar nicht zu. Ein solcher könnte nur erreicht werden, wenn sich die Massen so verlagern, daß sie mit dem äußeren Druck überall im Gleichgewicht stehen. Nun ist aber längs der Seitenflächen der Druck nach außen überall größer als der nach innen. Im Innern der Scholle wächst der Druck proportional der Dichte ρ_1 außen aber zuerst nur proportional ρ_0, der Dichte des Wassers und dann erst mit ρ_2. Der Unterschied wächst, bis das Sima erreicht ist und nimmt nun ab, bis er am unteren Rand wieder gleich Null wird. Bei einem elastischen Körper drängen nun die Massen nur soweit nach außen, bis im Körper gerade so große Gegenspannungen entstehen, daß sie den Unterschied ausgleichen. Bei einem plastischen Körper fehlt dieser Gegendruck, die Massen werden tatsächlich austreten und zwar zunächst dort, wo der Überdruck am stärksten ist, also an der Grenze zwischen Meer und Sima, so daß sich mit der Zeit ein Teil der Schollenmassen über das Sima lagern wird. Eine Andeutung davon zeigen schon die Zahlen in Tabelle III und Fig. 3. Theoretisch strebt dieser Vorgang dem Ende zu, daß die ganze Schollenmasse wieder herausgepreßt wird. Wenn man nämlich annimmt, daß Sial und Sima beide eine unbegrenzte Plastizität besäßen, so müßten sie sich wie echte Flüssigkeiten benehmen, d. h., in diesem Falle müßte sich das leichtere Sial vollständig über das schwerere Sima ergießen. Bei Körpern von begrenzter Plastizität wird dies natürlich nicht erreicht werden, aber es wird sich jedenfalls ein Teil der Schollenmasse über das Sima lagern, worauf das Einsinken von neuem beginnen kann. Man kann also alle Gebirgsbildung auf der Erde auf diesem Vorgang des Einsinkens und wieder Herausgepreßtwerdens aufbauen.

Der hier betrachtete Fall ist nur schematisch; in der Natur kann der Vorgang durch verschiedene Schichtung, durch Dichtedifferenzen oder durch Unterschiede in der Viskosität beliebig komplizierter ausfallen. Wir finden aber immer im hydrostatischen Druck eine hinreichend große horizontale Schubkraft und man braucht die oft herangezogenen Kräfte aus der Kontraktionstheorie überhaupt nicht mehr.

Wenn von der Sialschale nur einzelne durch Ozeane voneinander getrennte Schollen existieren, so liefert die Schrumpfungshypothese innerhalb dieser Schollen überhaupt keine Kräfte, denn diese treten nur dann auf, wenn die Schichte vollständig die Erde umschließt. Die Frage, wo die fehlenden Teile der Sialschichte hingekommen sind, wird meines Erachtens doch am besten durch die Theorie von Osmond Fischer beantwortet, daß ihnen der Mond seine Entstehung verdankt.[1] Man kann sich wohl vorstellen, daß bei dieser Katastrophe auch die übrigen Teile der Sialschicht in Trümmer gegangen sind und sich dabei über die Erde verteilt haben, was durch den Umstand begünstigt war, daß die Schollen damals noch nicht eingesunken waren. Wenn die Geologen behaupten, daß die Trennung der Schollen erst viel später stattgefunden habe, so könnte man vielleicht annehmen, daß damals wenigstens Risse und Sprünge entstanden sind, die dann die Trennung in späterer Zeit erleichterten. Die Kraft,

[1] H. Jeffreys, The viscosity of the earth (fourth paper) Monthly Notices, Geophys. Supp., vol. I, Nr. 8, 1926.

welche die Kontinentalschollen verschiebt, ist meines Erachtens die Westkomponente der Flutkraft[1] in Verbindung mit Verschiebungen des Poles.

In einem Urzustande hätte also die Sialschicht die ganze Erde umschlossen und darüber lagerte der Ozean, wenn er damals überhaupt schon bestand. Nun riß der Mond bei seiner Entstehung einen großen Teil der Sialschicht mit sich, wobei auch der übrige Teil in Schollen zersprang. Auf das nunmehr freigelegte Sima mußte sich nun der Ozean in einem ungeheuren, vielleicht 30 bis 40 *km* hohen Wasserfall ergießen und die ganze Luftmasse mußte nachstürzen. Daß man von diesem ungeheuren Vorgang heute keine Spuren sieht, liegt wohl darin, daß schon eine riesige Zeit seither verflossen ist und daß die Kontinentalschollen heute fast ganz versunken sind.

Sofort begannen nun die Schollen einzusinken und gleichzeitig begann der hydrostatische Druck seine Gegenarbeit. Da man sich aber das Sima weit plastischer vorstellen muß als das Sial, so ging das Einsinken viel rascher und erreichte das hydrostatische Gleichgewicht, während die Gegenwirkung erst später nachkam. Damit begann auch die Gebirgsbildung, die heute noch nicht abgeschlossen ist und auch stets wieder von neuem beginnt.

[1] A. Prey, Über Flutreibung und Kontinentalverschiebung. Gerlands Beiträge zur Geophysik, Bd. XV, 1926. Die hier auftretenden kleinen Viskositäten beziehen sich in guter Übereinstimmung mit den obigen Ausführungen auf das Sima.